

Parcijalni ispit - Rješenje

Zadatak 1. [12p] Pri Diesel-ovom procesu, koji se sastoji od adijabatske kompresije, izobarnog zagrijavanja, adijabatske ekspanzije i izohornog hlađenja, izgaranje goriva odvija se u vrućem zraku pri stalnom pritisku. Neka je početni pritisak 1 bar, a početna temperatura 300 K. Količina zraka od 1 mol najprije se adijabatski komprimira na $V_1/15$, a zatim se izobarno zagrijava tako da mu zapremina naraste do $V_1/10$. (Za zrak: $c_v = 0,72 \text{ kJ/kgK}$, $c_p = 1,01 \text{ kJ/kgK}$, $M = 29 \text{ g mol}^{-1}$, $R = 8,314 \text{ J/molK}$).

- Koliki su pritisak, zapremina i temperatura u karakterističnim tačkama procesa? Nacrtati p-V dijagram.
- Kolike su dovedena i odvedena toplota i koliki je koristan rad?
- Koliki je koeficijent korisnog dejstva?

Rješenje:

a) S obzirom da je u tački 1 poznata temperatura i pritisak, zapremina se može izračunati iz jednačine stanja idealnog gasa:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \implies V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \quad (0,5p)$$

$$V_1 = 0,0249 \text{ m}^3 \quad (0,5p)$$

Za tačku 2 je poznato koliko se zapremina smanjila pri kompresiji, a ista iznosi:

$$V_2 = \frac{V_1}{15} = 0,00166 \text{ m}^3 \quad (0,5p)$$

Pritisak se može odrediti na osnovu jednačine adijabate:

$$p_2 V_2^\kappa = p_1 V_1^\kappa \quad (0,5p)$$

odnosno:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 44 \text{ bar} \quad (0,5p)$$

Uz poznatu zapreminu i pritisak u tački 2, može se odrediti i temperatura pomoću jednačine stanja idealnog gasa:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 886 \text{ K} \quad (0,5p)$$

Za tačku 3, može se izračunati zapremina na osnovu poznatog podatka iz teksta, tj.:

$$V_3 = \frac{V_1}{10} = 0,00249 \text{ m}^3 \quad (0,5p)$$

Također, poznato je da je proces $2 \rightarrow 3$ izobarni, pa vrijedi:

$$p_3 = p_2 = 44 \text{ bar} \quad (0,5p)$$

Temperatura u tački 3 se može izračunati iz jednačine stanja idealnog gasa:

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = 1329 \text{ K} \quad (0,5p)$$

Kako je proces $4 \rightarrow 1$ izohorni, vrijedi da je:

$$V_4 = V_1 = 0,0249 \text{ m}^3 \quad (0,5\text{p})$$

Pritisak se može odrediti i jednačine adijabate za proces $3 \rightarrow 4$:

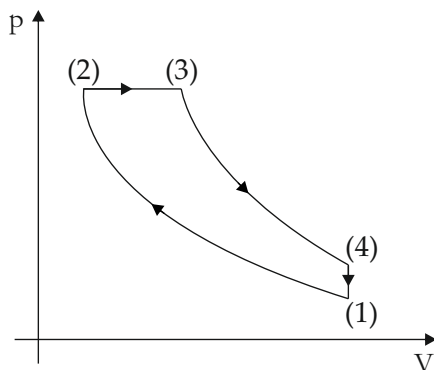
$$p_3 V_3^\kappa = p_4 V_4^\kappa \rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\kappa = 1,75 \text{ bar} \quad (0,5\text{p})$$

Temperatura u tački 4 se može iz jednačine stanja idealnog gasa:

$$T_4 = \frac{p_4 V_4}{nR} = 524 \text{ K} \quad (0,5\text{p})$$

Traženi $p - V$ dijagram je dat na sljedećoj slici:

(2p)



b) Toplota se dovodi u podprocesu $2 \rightarrow 3$ i iznosi:

$$Q_{23} = nC_p(T_3 - T_2) = nMc_p(T_3 - T_2) = 12,9 \text{ kJ} \quad (1\text{p})$$

Toplota se odvodi u podprocesu $4 \rightarrow 1$ i iznosi:

$$Q_{41} = nC_v(T_1 - T_4) = nMc_v(T_1 - T_4) = -4,7 \text{ kJ} \quad (1\text{p})$$

Koristan rad iznosi:

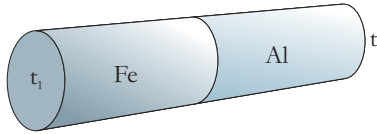
$$W = Q_{23} + Q_{41} = 8,2 \text{ kJ} \quad (1\text{p})$$

c) Koeficijent korisnog dejstva iznosi:

$$\eta = \frac{W}{Q_{23}} = 0,64 \quad (1\text{p})$$

Zadatak 2. [8p] Dva cilindra, jedan od čelika, a drugi od aluminijuma, spojeni su kao na slici. Cilindri su istih dimenzija, poluprečnika $r = 2 \text{ cm}$ i dužine $l = 10 \text{ cm}$. Slobodni krajevi čeličnog i aluminijumskog cilindra održavaju se na konstantnim temperaturama $t_1 = 10^\circ\text{C}$ i $t_2 = 80^\circ\text{C}$, respektivno. Cilindri su termički izolovani cijelom dužinom. Koeficijenti toplotne provodljivosti su: $\chi_{Fe} = 79,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ i $\chi_{Al} = 207 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Odrediti:

- temperaturu spoja,
- toplotni tok kroz cilindre,
- koeficijent toplotne provodljivosti ekvivalentnog homogenog cilindra.



Rješenje:

a) Tražena temperatura spoja se može dobiti iz činjenice da je toplotni tok konstantan pa prema Fourier-ovom zakonu provođenja vrijedi:

$$q_{Fe} = q_{Al} \quad (0,5p)$$

$$S \frac{t_x - t_1}{\frac{l}{\chi_{Fe}}} = S \frac{t_2 - t_x}{\frac{l}{\chi_{Al}}} \quad (1p)$$

Sređivanjem prethodne jednačine dobija se tražena temperatura spoja:

$$t_x = \frac{\chi_{Fe} t_1 + \chi_{Al} t_2}{\chi_{Fe} + \chi_{Al}} = 60,6 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (1p)$$

b) Toplotni tok u cilindrima se može dobiti iz jednačine Fourier-ovog zakona provođenja toplote:

$$q = S \frac{t_s - t_1}{\frac{l}{\chi_{Fe}}} = 50,6 \text{ W} \quad (1p)$$

c) Koeficijent toplotne provodljivosti ekvivalentnog homogenog cilindra se može dobiti krenuvši iz Fourier-ovog zakona provođenja:

$$q = S \frac{t_2 - t_1}{\frac{l}{\chi_{Fe}} + \frac{l}{\chi_{Al}}} = S \frac{t_2 - t_1}{\frac{2l}{\chi_{ekv}}} \quad (1+1p)$$

Sređivanjem se dobija:

$$\frac{2l}{\chi_{ekv}} = \frac{l}{\chi_{Fe}} + \frac{l}{\chi_{Al}} \quad (1)$$

$$\frac{2l}{\chi_{ekv}} = l \left(\frac{\chi_{Al} + \chi_{Fe}}{\chi_{Fe} \chi_{Al}} \right) \quad (0,5p)$$

Odnosno:

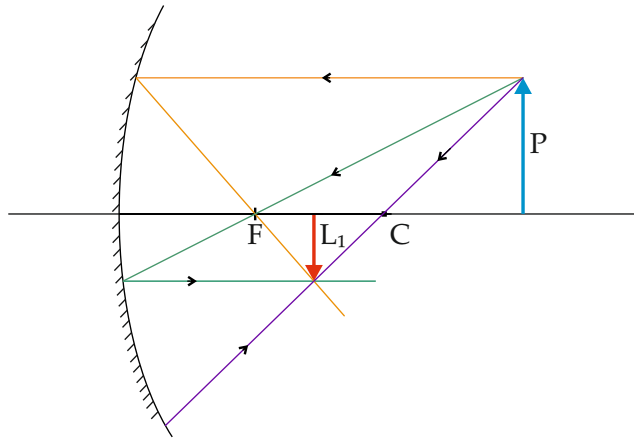
$$\chi_{ekv} = \frac{2\chi_{Fe}\chi_{Al}}{\chi_{Fe} + \chi_{Al}} = 114,9 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad (1p)$$

Zadatak 3. [10p] Predmet udaljen 100 cm od konkavnog ogledala daje realan lik udaljen 75 cm od ogledala. Ogledalo se zarotira tako da je njegova konveksna strana okrenuta prema predmetu. Ogledalo se zatim pomakne na način da je lik predmeta sada formiran 35 cm iza ogledala. Odrediti za koliku se udaljenost ogledalo pomjerilo i da li se približilo ili udaljilo od objekta. Za oba slučaja je potrebno nacrtati sliku s 3 karakteristične zrake.

Rješenje:

Za slučaj kada je ogledalo konkavno, može se nacrtati sljedeća slika:

(2, 5p)



Za konkavno ogledalo se može pisati jednačina:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f} \quad (1p)$$

Iz prethodne jednačine se može dobiti žižna daljina ogledala:

$$f = \frac{pf}{p+f} = 42,86 \text{ cm} \quad (0,5p)$$

Kada se ogledalo izobliči i postane konveksno, može se pisati sljedeća relacija:

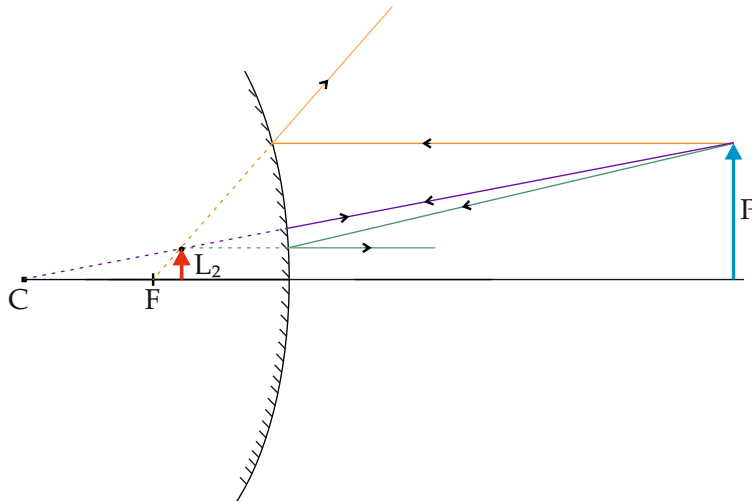
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{l'} \quad (1p)$$

Iz prethodne jednačine se može dobiti udaljenost predmeta od novog položaja ogledala:

$$p' = \frac{l'f}{f-l'} = 190,9 \text{ cm} \quad (0,5p)$$

Za ovaj slučaj se može nacrtati slika:

(2,5p)



Očito je da se ogledalo pomjerilo i udaljilo od predmeta.

(1p)

Udaljenost za koju se ogledalo pomjerilo, iznosi:

$$d = p' - p = 90,9 \text{ cm} \quad (1p)$$